



**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ**

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$. Να αποδείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ και ισχύει

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \text{ δηλαδή } (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

(7 Μονάδες)

A2. Τι εκφράζει το $\int_{\alpha}^{\beta} c dx$ για $c > 0$ και $\alpha < \beta$.

(4 Μονάδες)

A3. Να διατυπώσετε το Θεώρημα Rolle και να δώσετε τη γεωμετρική του ερμηνεία.

(4 Μονάδες)

A4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ).

i. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = +\infty$.

ii. Μια συνάρτηση f είναι «1-1» αν και μόνο αν για κάθε y στοιχείο του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x .

iii. Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σ' ένα διάστημα Δ τότε $f''(x) > 0$ για κάθε $x \in \Delta$.

iv. Αν μια συνάρτηση f δεν είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο X_0 τότε δεν είναι συνεχής στο X_0 .

v. Οι ρητές συναρτήσεις $\frac{P(x)}{Q(x)}$ με βαθμό αριθμητή $P(x)$ τουλάχιστον κατά 2 του βαθμού του παρονομαστή έχει πλάγιες ασύμπτωτες.

(10 Μονάδες)



ΘΕΜΑ Β

Έστω f ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΙΜΗ στο $\mathbb{R}$.

$$f'(x) = (x+2) \cdot e^x \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}, f(0) = 1$$

B1. Να δείξετε ότι $f(x) = (x+1) \cdot e^x, x \in \mathbb{R}$.

(7 Μονάδες)

B2. Να μελετηθεί η f ως προς τη μονοτονία, ακρότατα, κυρτότητα.

(10 Μονάδες)

B3. Να βρεθεί η εφαπτομένη της C_f στο $X_0 = 0$.

(3 Μονάδες)

B4. Να δείξετε ότι $\int_{-2}^0 f(x) dx + 2 > 0$.

(5 Μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Έστω συνάρτηση f ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΙΜΗ στο $\mathbb{R}$ για την οποία ισχύει:

$$f(x) \leq 2 - x + \frac{f(1) + f(3)}{2} \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

Να δειχθούν:

Γ1. $f(1) - f(3) = 2$

(10 Μονάδες)

Γ2. Η εξίσωση $(\varepsilon): f'(x) = -1$ έχει τρεις τουλάχιστον διαφορετικές ρίζες στο $\mathbb{R}$.

(15 Μονάδες)



ΘΕΜΑ Δ

Έστω $f : y = f(x) = \frac{4\eta\mu x}{4 - \sigma\upsilon\nu^2 x}$, για κάθε $x \in [0, 2\pi]$.

Δ1. Ναδειχθεί ότι υπάρχουν $x_1, x_2 \in (1, 4)$ τέτοια ώστε: $f^2(4) - f^2(1) = 6 \cdot f'(x_1) \cdot f(x_2)$

(7 Μονάδες)

Δ2. Να μελετηθεί η μονοτονία της f και να βρεθούν τα ακρότατά της.

(3 Μονάδες)

Δ3. Να λυθεί η ανίσωση: $f(\pi \cdot 2^{x-1}) - f(\frac{3\pi \cdot \sigma\upsilon\nu x}{2}) \geq 2$, για κάθε $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

(10 Μονάδες)

Δ4. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f του άξονα x και τις ευθείες $x = 0$, $x = \pi$.

(5 Μονάδες)

Επιμέλεια: Μαθηματικοί – Ζυγουρίτσας Δημήτρης, Ράικος Θανάσης