ΘΕΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

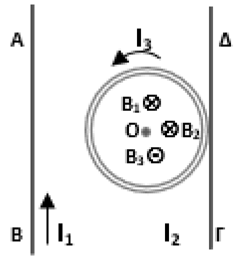
ΘΕΜΑ Α

Α1-α , Α2 - δ , Α3 -δ , Α4 -β ,   Α5 : α-Σ , β-Σ , γ-Λ , δ-Λ , ε-Λ

ΘΕΜΑ Β

Β.1: σωστό το (γ)

Σχεδιάζουμε τα διανύσματα της έντασης των μαγνητικών πεδίων από τους αγωγούς (1) και (3), για τους οποίους γνωρίζουμε την φορά των ηλεκτρικών ρευμάτων που τα διαρρέουν. Για να είναι η ολική ένταση μηδέν πρέπει να ισχύει:



$$\overrightarrow{B_{ολ(O)}} = 0 \Rightarrow \vec{B_1} + \vec{B_2} + \vec{B_3} = 0 \Rightarrow \vec{B_3} = -\left(\vec{B_1} + \vec{B_2}\right)$$

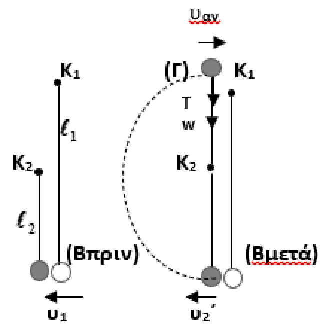
Ορίζουμε θετική φορά την φορά του B1 (κάθετα προς τα μέσα). Ισχύει:

$$\vec{B_3} = -\left(\vec{B_1} + \vec{B_2}\right) \Rightarrow B_3 = -\left(+K\mu\frac{2I_1}{2\alpha} - K\mu\frac{2\pi I_2}{\alpha}\right) = -\left(+K\mu\frac{I_1}{\alpha} - K\mu\frac{2\pi\frac{2I_1}{\pi}}{\alpha}\right) = -\left(+K\mu\frac{I_1}{\alpha} - K\mu\frac{4I_1}{\alpha}\right) = K\mu\frac{3I_1}{\alpha}$$

Βγήκε θετικό, επομένως έχει ίδια κατεύθυνση με το B1 ⊗ . Συνεπώς η φορά του ηλεκτρικού ρεύματος I2 θα είναι από το Δ προς το Γ, και το μέτρο του: $B_3 = K\mu\frac{2I_3}{\alpha} \Rightarrow K\mu\frac{3I_1}{\alpha} = K\mu\frac{2I_3}{\alpha} \Rightarrow \boxed{I_3 = \frac{3I_1}{2}}$

Β.2: σωστό το (α)

$$ΑΔΜΕ: (Α)\xrightarrow{h_B=0}(Β)πριν \Rightarrow E_{αρχ} = E_{τελ} \Rightarrow \cancel{K^{αρχ}}^{0} + U_m^{αρχ} = \cancel{U_m^{τελ}} + K^{τελ} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow mg\ell_1 = \frac{1}{2}m.u_1^2 \Rightarrow u_1 = \sqrt{2g\ell_1}$$

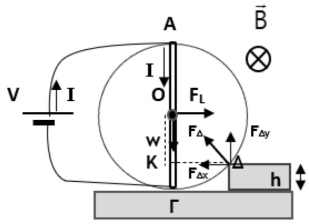


Η κρούση είναι κεντρική ελαστική με ίσες μάζες , επομένως τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες : $u_2' = u_1 \Rightarrow u_2' = \sqrt{2g\ell_1}\,(1)$.
Για να διαγράφει το σώμα οριακά κατακόρυφη κυκλική τροχιά, πρέπει στο ανώτερο σημείο να έχει την ελάχιστη κεντρομόλο δύναμη. Ισχύει το σημείο Γ:

$$F_\kappa = \frac{m.u_{\alpha\nu}^2}{R} \Rightarrow w + T = \frac{m.u_{\alpha\nu}^2}{\ell_2} \xleftrightarrow[T=0]{U_{min}^{\alpha\nu}} w = \frac{m.u_{\alpha\nu(min)}^2}{\ell_2} \Leftrightarrow mg = \frac{m.u_{\alpha\nu(min)}^2}{\ell_2} \Leftrightarrow \boxed{u_{\alpha\nu(min)} = \sqrt{g\ell_2}}\,(2)$$

$$ΑΔΜΕ: (Β_\mu)\xrightarrow{h_B=0}(Γ) \Rightarrow E_{αρχ} = E_{τελ} \Rightarrow \cancel{U_m^{αρχ}}^{0} + K^{αρχ} = U_m^{τελ} + K^{τελ} \Rightarrow \frac{1}{2}m.u_2'^2 = mg.2\ell_2 + \frac{1}{2}m.u_{ανώτ}^{\ 2} \xrightarrow{(2)}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}u_2'^2 = g.2\ell_2 + \frac{1}{2}.g.\ell_2 \Rightarrow u_2'^2 = 4g.\ell_2 + g.\ell_2 = 5g.\ell_2 \xrightarrow{(1)} 2g\ell_1 = 5g.\ell_2 \Rightarrow \boxed{\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{5}{2}}$$

Β.3-Α: σωστό το (α)



Η αβαρής διάμετρος ΑΓ διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα και καθώς βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, δέχεται στο μέσο της δύναμη Laplace, με μέτρο : $F_L = B.I.L = B.I.2d \Rightarrow F_L = 2B.I.d\,(1)$.Ισχύει:

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma\tau(A)=0 \Leftrightarrow \tau_{FL} + +\tau_w = 0 \Leftrightarrow F_L.d_F - w.d_w = 0 \Leftrightarrow F_L.d_F = w.d_w \\ d_{FL} = d - h = \dfrac{4d}{5} \\ d_w = \sqrt{d^2-(d-h)^2} = \sqrt{d^2-(\dfrac{4d}{5})^2} = \dfrac{3d}{5} \end{array}\right\} \Rightarrow F_L.\dfrac{4\cancel{d}}{\cancel{5}} = w.\dfrac{3\cancel{d}}{\cancel{5}} \Rightarrow \boxed{F_L = \dfrac{3}{4}w}\,(2)$$

$$(2)\xrightarrow{(1)} 2B.I.d = \frac{3}{4}mg \Rightarrow \boxed{I = \frac{3mg}{8B.d}}$$

Β,3-Β: σωστό το (β)

Ο δίσκος ισορροπεί και μεταφορικά, οπότε ισχύουν:

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma Fx = 0 \Rightarrow F_{\Delta x} = F_L \xrightarrow{(2)} \boxed{F_{\Delta x} = \dfrac{3}{4}w} \\ \Sigma Fy = 0 \Rightarrow \boxed{F_{\Delta y} = w} \end{array}\right\} \Rightarrow F_\Delta = \sqrt{F_{\Delta x}{}^2 + F_{\Delta y}{}^2} = \sqrt{\frac{9}{16}w^2 + w^2} = \sqrt{\frac{25}{16}w^2} = \frac{5}{4}w \Rightarrow \boxed{F_\Delta = \frac{5}{4}mg}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1. Το υγρό αφού βγει από το σημείο Ζ, εκτελεί οριζόντια βολή.

Υπολογίζουμε από το ύψος h1 τον χρόνο πτώσης : $h_1 = \frac{1}{2}g.t^2 \Leftrightarrow t_{\pi\tau} = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2.3,2}{10}} \Leftrightarrow \boxed{t_{\pi\tau} = 0{,}8s}$

Για το βεληνεκές του υγρού ισχύει: $x_1 = u_1.t_{\pi\tau} \Rightarrow 3{,}2 = u_1.0.8 \Rightarrow \boxed{u_1 = 4m/s}$

Bernoulli (Σ) →(Ζ):

$$p_\Sigma + \cancelto{0}{\frac{1}{2}\rho\upsilon_\Sigma^2} + \rho g y_\Sigma = p_Z + \frac{1}{2}\rho\upsilon_Z^2 + \cancelto{0}{\rho g y_Z} \Rightarrow p_{atm} + \rho g H = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 \Rightarrow H = \frac{\upsilon_1^2}{2g} = \frac{4^2}{20} \Rightarrow \boxed{H = 0{,}8m}$$

Γ.2. Για να μένει το νερό στη δεξαμενή Δ1 στο ίδιο σημείο, θα πρέπει η παροχή εξόδου να είναι ίδια με την παροχή εισόδου.

Επομένως : $\Pi_3 = \Pi_1 = A_1.u_1 \Rightarrow A_3.u_3 = A_1.u_1 \Rightarrow 20.10^{-4}u_3 = 10.10^{-4}.4 \Rightarrow \boxed{u_3 = 2m/s}$

Η αντλία δίνει ενέργεια στον υγρό για να μεταβάλλει κινητική και δυναμική ενέργεια :

$$W^{\upsilon\gamma}_{E\to\Sigma} = \Delta K_{E\to\Sigma} + \Delta U_{E\to\Sigma} = \frac{1}{2}\Delta m\left(u_\Sigma^2 - \cancel{u_E^2}\right) + \Delta m.g.\left(y_\Sigma - \cancel{y_E}\right) \xrightarrow{\Delta m=\rho.\Delta V.} W^{\upsilon\gamma}_{E\to\Sigma} == \frac{1}{2}\rho.\Delta V.u_3^2 + \rho.\Delta V.gy_\Sigma = \frac{1}{2}\rho.\Delta V.u_3^2 + \rho.\Delta V.g(H+h_1)$$

$$\xrightarrow{:\Delta t} \frac{\Delta W_{B\to\Gamma}}{\Delta t} = \frac{1}{2}\rho.\frac{\Delta V}{\Delta t}.u_3^2 + \rho.\frac{\Delta V}{\Delta t}.g(H+h_1) = \frac{1}{2}\rho\Pi.u_3^2 + \rho.\Pi.g(H+h_1) \Rightarrow P = \rho\Pi_3.\left[\frac{1}{2}u_3^2 + g(H+h_1)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \rho A_3.u_3.\left[\frac{u_3^2}{2} + g(H+h_1)\right] = 10^3.2.10^{-3}.2(\frac{2^2}{2} + 10.4) \Rightarrow \boxed{P = 168W}$$

Γ.3. Από την παροχή στο Ζ και το χρονικό διάστημα πτώσης, θα βρούμε τον όγκο υγρού στον αέρα.

$$\Pi_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \Delta V = \Pi_1.\Delta t = A_1.u_1\, t_{\pi\tau} \Rightarrow \Delta V = 3{,}2.10^{-3} m^3$$

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} \Rightarrow \Delta m = \Delta V.\rho \xrightarrow{w=\Delta m.g} w = \Delta V.\rho.g \Leftrightarrow \boxed{w = 32N}$$

Γ.4. Υπολογίζουμε την ποσότητα υγρού στο δοχείο από την παροχή για συγκεκριμένη χρονική στιγμή, βάζοντας ως Δt=t-tπτώσης.

Ισχύει: $\Pi_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta V}{\Pi_1} \Rightarrow t - t_{\pi\tau\acute{\omega}\sigma\eta\varsigma} = \frac{\Delta V}{\Pi_1} \Rightarrow t = t_{\pi\tau\acute{\omega}\sigma\eta\varsigma} + \frac{\Delta V}{A_1.u_1} = 0{,}8 + \frac{4.10^{-3}}{10^{-3}.4} \Rightarrow \boxed{t = 1{,}8s}$

Γ.5. Υπολογίζουμε αρχικά την ταχύτητα στο σημείο Γ και στη συνέχεια την πίεση.

Εξίσωση συνέχειας $(\Gamma) \to (Z)$: $A\, u_2 = A_1 \cdot u_1 \Rightarrow \boxed{u_2 = 2u_1}\ (2)$

Εξίσωση Bernoulli $(\Gamma) \to (Z)$:

$$P_\Gamma + \frac{1}{2}\rho \cdot u_2^2 + \cancel{\rho \cdot g \cdot y_2} = P_Z + \frac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 + \cancel{\rho \cdot g \cdot y_1} \Rightarrow P_\Gamma = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 - \frac{1}{2}\rho \cdot u_2^2 \Rightarrow$$

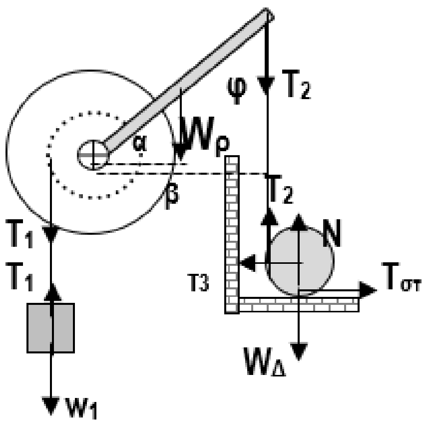
$$\xrightarrow{(2)} P_\Gamma = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 - \frac{1}{2}\rho \cdot 2^2 u_1^2 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 - \frac{1}{2}\rho \cdot 4u_1^2 \Rightarrow P_\Gamma = P_{\alpha\tau\mu} - \frac{3}{2}\rho u_1^2 \xrightarrow{P_{\Gamma'} = P_\Gamma} \boxed{P_\Gamma' = P_{\alpha\tau\mu} - \frac{3}{2}\rho u_1^2}$$

Τα σημεία Μ,Ν βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, στο ίδιο υγρό, οπότε:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{atm} = P_{\upsilon\delta\rho} + P_\Gamma' \Rightarrow P_{atm} = \rho.g.h_2 + P_{\alpha\tau\mu} - \frac{3}{2}\rho u_1^2 \Rightarrow \rho.g.h_2 = \frac{3}{2}\rho u_1^2 \Rightarrow \boxed{h_2 = \frac{3u_1^2}{2g} = 2.4m}$$

(η πίεση που ασκεί η ποσότητα αέρα ανάμεσα στα Γ και Θ είναι αμελητέα)

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>



Δ.1. Το Σ1 ισορροπεί : $\Sigma F = 0 \Leftrightarrow T_1 = w_1 \Leftrightarrow \boxed{T_1 = 30N}$

Το σύστημα τροχαλία-ράβδος ισορροπεί:

$$\Sigma\tau(O) = 0 \Rightarrow \tau_{T_1} + \tau_{w_\rho} + \tau_{T_2}\, 0 \Rightarrow T_1.r - w_\rho.\alpha - T_2.\beta = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1.r = w_\rho.\frac{L}{2}\eta\mu\varphi + T_2.L\eta\mu\varphi \Rightarrow 30.0{,}2 = 10.\frac{1}{2}0{,}6 + T_2.0{,}6 \Rightarrow \boxed{T_2 = 5N}$$

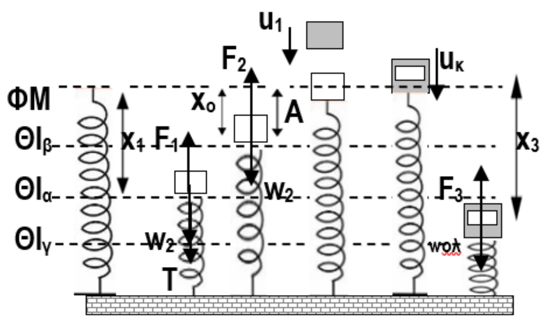
Ο δίσκος ισορροπεί οριακά.

$$\Sigma Fy = 0 \Rightarrow T2 + N = w \Rightarrow 5 + N = w \Rightarrow N = w - 5\,(1)$$

$$\Sigma\tau(\kappa\acute{\varepsilon}\nu\tau\rho o) = 0 \Rightarrow \tau_{T_2} + \tau_{T\sigma\tau} = 0 \Rightarrow T_2.R_\Delta - T_{\sigma\tau}.R_\Delta \Rightarrow T_{\sigma\tau} = T_2 = 5N\,(2)$$

$$T_{\sigma\tau} = \mu.N \xrightarrow[(2)]{(1)} 5 = \frac{1}{4}(w - 5) \Rightarrow 20 = w - 5 \Rightarrow w = 25N \Rightarrow m_\Delta.g = 25N \Rightarrow \boxed{m_\Delta = 2{,}5Kg}$$

Δ.2. Μελετάμε την ΘΙ του Σ2 με το νήμα και χωρίς.



ΘΙα : $\Sigma Fy = 0 \Rightarrow F_1 = w_2 + T \Rightarrow K.x_1 = m_2.g + T \Rightarrow \boxed{x_1 = 0{,}2m}$

ΘΙβ : $\Sigma Fy = 0 \Rightarrow F_2 = w_2 \Rightarrow K.x_o = m_2.g \Rightarrow \boxed{x_o = 0{,}1m}$

Το m2 εκτελεί ΑΑΤ για την οποία ισχύει:

$$D = K = m_2\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m_2}} \Rightarrow \boxed{\omega = 10rad/s} \longrightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Leftrightarrow \boxed{T = \frac{\pi}{5}sec}$$

$t = 0 \Leftrightarrow \left\langle \begin{matrix} x = x_1 - x_o = 0{,}1m \\ U = 0 \end{matrix} \right\rangle \Leftrightarrow \boxed{A = 0{,}1m}$. Μια και Α=xο, το σώμα φτάνει μέχρι το φυσικό μήκος.

Για την κινητική ενέργειας ταλάντωσης ισχύει:

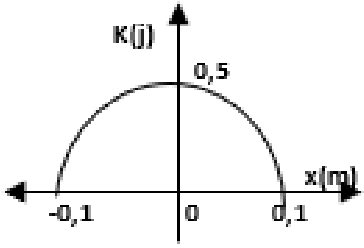
$$K = E_{ταλ} - U = E_{ταλ} - \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2 - \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}KA^2 - \frac{1}{2}Kx^2 \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{K = 0,5 - 50x^2 (SI)} \ -A \le x \le A$$

$x = -A = -0{,}1m \Rightarrow K = 0J$

$x = 0m \Rightarrow K = 0{,}5J$

$x = A = 0{,}1m \Rightarrow K = 0J$



Δ.3. Το Σ1 εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε ισχύει:

$$d = \frac{1}{2}a_1.\Delta t_1^2 \Rightarrow a_1 = \frac{2d}{\Delta t_1^2} \Rightarrow \boxed{a_1 = 2m/s^2} \quad \text{και} \quad u_o = a_1.\Delta t_1 \Rightarrow \boxed{u_o = 1m/s}$$

Το σύστημα τροχαλία- ράβδος περιστρέφεται επιταχυνόμενο ομαλά. Κάθε νήμα εξισώνει τις ταχύτητες που υπάρχουν πάνω του . Ισχύει: $u_1 = ω.r \xrightarrow{d/dt} α_1 = α_{γων}.r \Rightarrow α_{γων} = 10rad/s^2$.

Οπότε: $\omega = α_{γων}.Δt_1 = 10.0,5 \Rightarrow \boxed{\omega = 5rad/s}$

Οι ταχύτητες των σωμάτων τη στιγμή που κόβεται το σχοινί γίνονται αρχικές ταχύτητες των επόμενων κινήσεων. Ισχύει: $\boxed{ω_o = 5rad/s}$ και $\boxed{u_o = 1m/s}$

Δ.4. Η κρούση των δύο σωμάτων, πρέπει να γίνει όσο πιο μακριά από τη ΘΙ και να έχει τη μεγαλύτερη κοινή ταχύτητα, ώστε να οδηγήσει σε μέγιστο πλάτος. Αυτό σημαίνει ότι η κρούση γίνεται στην πάνω ακραία θέση της προηγούμενης ταλάντωσης, δηλαδή στο φυσικό μήκος του ελατηρίου. Για να βρούμε την ταχύτητα του Σ1 πριν την κρούση, χρειαζόμαστε την απόσταση Δy που διανύει το σώμα από τη στιγμή που κόβεται το νήμα, μέχρι πριν την κρούση. Η αρχική απόσταση των Σ1, Σ2 ήταν h=0,6m και ισούται με την απόσταση d που έχει κάνει το Σ1 πριν την κρούση, την απόσταση Δy και το 2A του Σ1.

Ισχύει: $h = d + \Delta y + 2A \Rightarrow 0,6 = 0,25 + Δy + 0,2m \Rightarrow \boxed{Δy = \mathbf{0,15}m}$

Το Σ1 , αφού κοπεί το νήμα δέχεται μόνο το βάρος, άρα θα κάνει κατακόρυφη βολή προς τα κάτω. Ισχύει:

$$\text{ΑΔΜΕ}: K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow \frac{1}{2}mu_o^2 + mgΔy = \frac{1}{2}mu_1^2 \Rightarrow u_1^2 = u_o^2 + 2gΔy = 1 + 3 = 4 \Rightarrow \boxed{u_1 = \mathbf{2}m/s}$$

$$u_1 = u_2 + gΔt_2 \Rightarrow \mathbf{2} = \mathbf{1} + \mathbf{10}Δt_2 \Rightarrow \boxed{Δt_2 = \mathbf{0,1}s}.$$

Σε αυτό το χρονικό διάστημα, για το σύστημα τροχαλία-ράβδος ισχύει Στ=0 , άρα εκτελεί ομαλή στροφική. Επομένως : $Δθ_2 = ω_o.Δt_2 \Rightarrow \boxed{Δθ_2 = \mathbf{0,5}\,\text{rad}}$

Χρειαζόμαστε τις στροφές στο 1° κομμάτι της κίνησης. Ισχύει:

$$Δθ_1 = \frac{1}{2}a_{γων}.\Delta t_1^2 = \frac{1}{2}.\mathbf{10.0,5^2} \Rightarrow \boxed{Δθ_1 = \mathbf{1,25}rad} \Rightarrow \Delta\theta\lambda = \mathbf{1,75}rad \Rightarrow S_{ολ} = Δθ_2.L \Rightarrow \boxed{S_{ολ} = \mathbf{1,75}m}$$

Δ.5. Η ταχύτητα του m1 πριν την κρούση είναι μηδέν. Βρίσκουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος:

$$P_{αρχ} = P_{τελ} \Rightarrow m_1.u_1 = m_{ολ}.u_κ \Rightarrow \mathbf{3.2} = \mathbf{4}u_κ \Rightarrow \boxed{u_κ = 1,5m/s}$$

Μελετάμε τη νέα θέση ισορροπίας : ΘΙγ: $\Sigma Fy = 0 \Rightarrow F_3 = w_{ολ} \Rightarrow K.x_3 = m_{12}.g \Rightarrow \boxed{x_3 = 0,4m}$

$$D = K = m_{ολ}ω^2 \Rightarrow ω' = \sqrt{\frac{K}{m_{ολ}}} \Rightarrow \boxed{ω' = 5rad/s}$$

$$t = 0 \Leftrightarrow \left\langle \begin{matrix} x = x_3 \\ u = uκ \end{matrix} \right\rangle \xrightarrow{\text{ΑΔΕΤ}} E = K + U \Leftrightarrow \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}.D.A^2 = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}.m.U^2 + \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}.D.x^2 \Leftrightarrow A'^2 = \frac{u_κ^2}{ω'^2} + x^2 = \frac{1,5^2}{5^2} + 0,3^2 = 0,25 \Leftrightarrow \boxed{A' = 0,5m}$$

Ο λόγος των ταχυτήτων ισούται με: $\dfrac{u_{max1}}{u_{max2}} = \dfrac{ω.A}{ω'.A'} = \dfrac{10.0,1}{5.0,5} = \dfrac{1}{2,5} = \dfrac{10}{25} \Rightarrow \boxed{\dfrac{u_{max1}}{u_{max2}} = \dfrac{2}{5}}$