

ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2018
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1 : δ) , A2 : δ) , A3 : γ) , A4 : γ) , A5 : α)-Σ , β)-Σ , γ)-Λ , δ)-Λ , ε)-Σ

ΘΕΜΑ Β

B,1 : A-i , B-i

A. Όταν ο παρατηρητής- αυτοκίνητο B πλησιάζει την πηγή- αυτοκίνητο A ακούει ήχο υχνότητας $f_B = \frac{v_{\eta\chi} + v}{v_{\eta\chi} - v} f_s$.

Η πηγή εκπέμπει N_s πυκνώματα συχνότητας f_s για χρονικό διάστημα Δt_s , όπου $f_s = \frac{N_s}{\Delta t_s}$ και ο παρατηρητής δέχεται τον ίδιο αριθμό πυκνωμάτων $N_B = N_s$ με συχνότητα ήχου $f_B = \frac{N_B}{\Delta t_B}$.

Ισχύει: $N_B = N_s \Rightarrow f_B \Delta t_B = f_s \Delta t_s \Rightarrow \frac{v_{\eta\chi} + v}{v_{\eta\chi} - v} f_s \Delta t_B = f_s \Delta t_s \Rightarrow \frac{v_{\eta\chi} + v}{v_{\eta\chi} - v} \Delta t_B = \Delta t_s \Rightarrow \Delta t_B = \frac{v_{\eta\chi} - v}{v_{\eta\chi} + v} \Delta t_s$

B. Για να βρούμε ποια χρονική στιγμή σταματάει να ακούει την κόρνα ο B πρέπει να υπολογίσουμε πόσο χρόνο κάνει ο ήχος να φτάσει το αυτοκίνητο B και να προσθέσουμε τον χρόνο που κάνει στη συνέχεια να ακούσει το σήμα. Μια και κινείται ο παρατηρητής B, ο ήχος για να καλύψει την μεταξύ τους απόσταση χρειάζεται χρόνο

$t_{\eta\chi} = \frac{d}{v_{\sigma\chi\epsilon\tau\iota\kappa\eta}}$, όπου $v_{\sigma\chi\epsilon\tau\iota\kappa\eta}$ η σχετική ταχύτητα ήχου-παρατηρητή B. Ισχύει:

$v_{\sigma\chi\epsilon\tau\iota\kappa\eta} = v_{\eta\chi} - v_B$ ο ήχος κινείται προς το B $\Rightarrow v_{\sigma\chi\epsilon\tau\iota\kappa\eta} = v_{\eta\chi} + v_B = v_{\eta\chi} + \frac{v_{\eta\chi}}{9} \Rightarrow v_{\sigma\chi\epsilon\tau\iota\kappa\eta} = \frac{10v_{\eta\chi}}{9} = \frac{3400}{9} \text{ m/s}$

$t_{\eta\chi} = \frac{d}{v_{\sigma\chi\epsilon\tau\iota\kappa\eta}} = \frac{340}{\frac{3400}{9}} = \frac{340 \cdot 9}{3400} \Rightarrow t_{\eta\chi} = 0,9\text{s}$

$\Delta t_B = \frac{v_{\eta\chi} - v}{v_{\eta\chi} + v} \Delta t_s = \frac{v_{\eta\chi} - \frac{v_{\eta\chi}}{9}}{v_{\eta\chi} + \frac{v_{\eta\chi}}{9}} \cdot 5 = \frac{\frac{8v_{\eta\chi}}{9}}{\frac{10v_{\eta\chi}}{9}} \cdot 5 = \frac{8}{10} \cdot 5 \Rightarrow \Delta t_B = 4\text{s}$

$\Rightarrow t_1 = t_{\eta\chi} + \Delta t_B \Rightarrow t_1 = 4,9\text{s}$

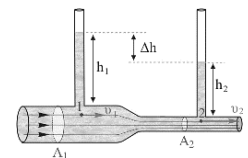
B.2 : i

Από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των σημείων 1 και 2 προκύπτει:

$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \Leftrightarrow v_2 = 3v_1$ (1)

Εφαρμόζουμε Bernoulli για τα σημεία 1 και 2:

$P_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot g \cdot v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot g \cdot v_2^2$ (2) $\xrightarrow{P_1 = P_{\alpha\epsilon\pi} + \rho \cdot g \cdot h_1, P_2 = P_{\alpha\epsilon\pi} + \rho \cdot g \cdot h_2}$ $P_{\alpha\epsilon\pi} + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_{\alpha\epsilon\pi} + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 \Leftrightarrow \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$ (3)



(3) $\xrightarrow{h_1 - h_2 = \Delta h}$ $g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} (9v_1^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} 8v_1^2 \Leftrightarrow g \cdot \Delta h = 4v_1^2 \Leftrightarrow \Delta h = \frac{4v_1^2}{g} \xrightarrow{\Pi = A_1 \cdot v_1 \Leftrightarrow v_1 = \frac{\Pi}{A_1}}$ $\Delta h = \frac{4\Pi^2}{gA_1^2}$

Διπλασιάζοντας την παροχή, δεν μεταβάλλουμε το εμβαδόν A_1 : $\frac{\Delta h}{\Delta h'} = \frac{\frac{4\Pi^2}{gA_1^2}}{\frac{4(2\Pi)^2}{gA_1^2}} = \frac{4\Pi^2}{4 \cdot 4\Pi^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \Delta h' = 4 \cdot \Delta h$

B.3: iii

Βρίσκουμε την ταχύτητα με την οποία πρέπει να φτάσει στο σημείο Γ. Στο ανώτερο σημείο, τον ρόλο της κεντρομόλου τον αναλαμβάνουν η κάθετη δύναμη επαφής N και το βάρος w. Ισχύει:

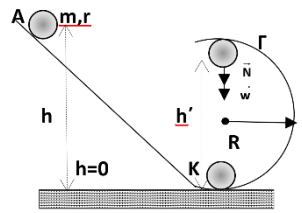
$$F_k = w + N \Leftrightarrow N = F_k - w \xrightarrow{\text{ΑΝΑΚΥΚΛΩΣΗ}} F_k - w \geq 0 \Leftrightarrow F_k \geq w \Rightarrow F_{k(\min)} = w \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{m \cdot U_{\min}^2}{R-r} = m \cdot g \Rightarrow U_{\min}^2 = \sqrt{g(R-r)} \quad (1)$$

Μια και ο καμπυλόγραμμος αγωγός είναι λείος, η συνισταμένη των ροπών που δέχεται το σώμα όσο κινείται στον καμπυλόγραμμο αγωγό είναι μηδέν, οπότε η γωνιακή ταχύτητα την οποία έχει στο σημείο Γ είναι αυτή με την οποία έφτασε στο σημείο Κ. Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ από τη θέση Κ στη θέση Γ. Ισχύει:

$$E_k^{\mu\eta\chi} = E_k^{\mu\eta\chi} \Leftrightarrow U_k^{\alpha\rho\chi} + K_k^{\alpha\rho\chi} = U_r^{\tau\epsilon\lambda} + K_r^{\tau\epsilon\lambda} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m \cdot U_k^2 + \frac{1}{2}I\omega_k^2 + mgr = \frac{1}{2}m \cdot U_r^2 + \frac{1}{2}I\omega_r^2 + mg(2R-r) \Leftrightarrow \frac{1}{2}m \cdot U_k^2 + m \cdot gr = \frac{1}{2}m \cdot U_r^2 + m \cdot g(2R-r)$$

$$\xrightarrow{U_r = U_{\min}^2 = \sqrt{g(R-r)}} \frac{1}{2}U_k^2 + gr = \frac{1}{2}g(R-r) + g(2R-r) \Leftrightarrow U_k^2 + 2gr = gR - gr + 4gR - 2gr \xrightarrow{R=9r} U_k^2 = 45gr - 5gr \Leftrightarrow U_k^2 = 40gr \quad (2)$$



Στο κεκλιμένο επίπεδο ο αγωγός κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει. Το συνολικό έργο της στατικής τριβής είναι μηδέν, οπότε μπορούμε να κάνουμε ΑΔΜΕ από την Θέση Α στην θέση Κ. Ισχύει:

$$E_A^{\mu\eta\chi} = E_K^{\mu\eta\chi} \Leftrightarrow U_A^{\alpha\rho\chi} + K_A^{\alpha\rho\chi} = U_K^{\tau\epsilon\lambda} + K_K^{\tau\epsilon\lambda} \Leftrightarrow mgh = \frac{1}{2}m \cdot U_k^2 + \frac{1}{2}I\omega_k^2 + mgr \xrightarrow{I = \frac{1}{2}mr^2, \omega_k^2 = \frac{U_k^2}{r^2}} mgh = \frac{1}{2}m \cdot U_k^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mr^2 \cdot \frac{U_k^2}{r^2} + mgr \Leftrightarrow$$

$$gh = \frac{1}{2}U_k^2 + \frac{1}{4}U_k^2 + gr \xrightarrow{(2)} 4gh = 3 \cdot 40gr + 4gr \Leftrightarrow 4gh = 124gr \Leftrightarrow h = 31r \xrightarrow{r = \frac{R}{9}} h = \frac{31}{9}R$$

ΘΕΜΑ Γ

Από το διάγραμμα προκύπτει: $7 \frac{\lambda}{4} = 1,05m \Leftrightarrow \lambda = 0,6m$.

Γ1. Την χρονική στιγμή t1 όλα τα σημεία είναι στιγμιαία ακίνητα, οπότε βρίσκονται στην θέση μέγιστης απομάκρυνσης. Το σημείο χ=0m αντιστοιχεί σε κοιλία, άρα ισχύει: $2A = 0,2m \Leftrightarrow A = 0,1m$. Το σημείο χ=0m βρίσκεται για t=0s στη

θέση ισοροπίας, άρα έχει μέγιστη ταχύτητα. Ισχύει: $2\omega A = 2\pi m / s \Leftrightarrow \omega = 10\pi \text{rad} / s \xrightarrow{T = \frac{2\pi}{\omega}} T = 0,2s$

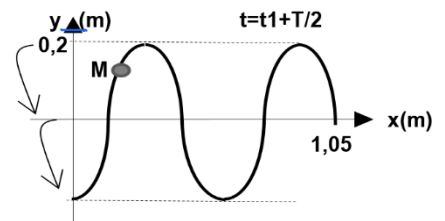
Οι εξισώσεις των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο είναι:

$$y_1 = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{0,2} - \frac{x}{0,6} \right) (SI) \\ y_2 = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{0,2} + \frac{x}{0,6} \right) (SI) \end{cases}$$

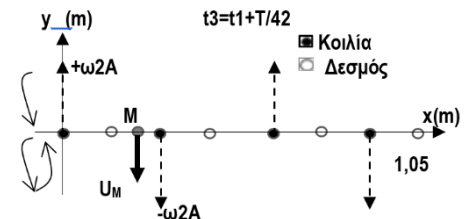
Γ2. Το σημείο M βρίσκεται στη θέση $x_M = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} \Leftrightarrow x_M = \frac{\lambda}{3}$

Το σημείο χ=0m τη χρονική στιγμή t1 βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση. Επομένως:

α) μετά από T/2 το σημείο χ=0m θα βρίσκεται στη μέγιστη αρνητική του απομάκρυνση και το στιγμιότυπο είναι αυτό που φαίνεται στο σχήμα. Μια και η ταχύτητα της κοιλίας χ=0m είναι μηδέν, θα είναι μηδέν η ταχύτητα όλων των σημείων, άρα $v_{M(t_2)} = 0m / s$



β) μετά από 3T/4 το σημείο χ=0m θα βρίσκεται στη θέση ισοροπίας με θετική ταχύτητα και το στιγμιότυπο είναι αυτό που φαίνεται στο σχήμα. Όλα τα σημεία που ταλαντώνονται θα έχουν μέγιστη θετική ή αρνητική ταχύτητα. Το σημείο M βρίσκεται στην άτρακτο του στάσιμου με αρνητική ταχύτητα, επομένως:



$$v_{M(t_3)} = -\omega A_M = -\omega \cdot 2A \left| \sin 2\pi \frac{\chi_M}{\lambda} \right| = -\omega \cdot 2A \left| \sin \frac{2\pi}{3} \right| = -\omega A \Rightarrow v_{M(t_3)} = -\pi m / s$$

Γ3. Η μέγιστη ταχύτητα των σημείων δίνεται από την εξίσωση

$$v_{\max} = \omega A' = \omega \cdot 2A \left| \sin 2\pi \frac{\chi}{\lambda} \right| = 10\pi \cdot 0,2 \left| \sin 2\pi \frac{\chi}{0,6} \right| \Leftrightarrow v_{\max} = 2\pi \left| \sin 10\pi \frac{\chi}{3} \right| (SI) \quad 0 \leq \chi \leq 1,05m$$

Η συνάρτηση είναι περιοδική :

Δ.4. Βρίσκουμε τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα περιστροφής.

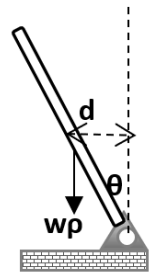
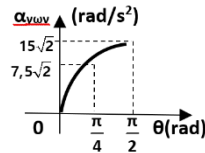
$$I = I_{cm} + M_p \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} M_p \cdot L^2 + M_p \cdot \frac{L^2}{4} = \frac{1}{12} M_p \cdot L^2 + M_p \cdot L^2 \cdot \frac{3}{12} = \frac{4}{12} M_p L^2 \Leftrightarrow I = \frac{1}{3} M_p L^2$$

Η δύναμη που προκαλεί ροπή είναι μόνο το βάρος της ράβδου. Ισχύει:

$$\Sigma \tau(O) = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow w \cdot d = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow M_p \cdot g \cdot \frac{L}{2} \cdot \eta\mu\theta = \frac{1}{3} M_p \cdot L^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow g \cdot \frac{1}{2} \cdot \eta\mu\theta = \frac{1}{3} L \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{3g\eta\mu\theta}{2L} \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{3g\eta\mu\theta}{2} \text{ (SI), } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{ rad (περιοδική συνάρτηση)}$$

θ (rad)	0	$\pi/4$	$\pi/2$
$\alpha_{\gamma\omega\nu}$ (rad/s ²)	0	$7,5\sqrt{2}$	15



Δ.5. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις και μελετάμε την κίνηση κάθε σώματος ξεχωριστά

Τροχαλία : $T_3 \cdot R_2 = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_3 \cdot R_2 = \frac{1}{2} M_T R_1^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{\omega} T_3 \cdot \frac{R_1}{2} = \frac{1}{2} M_T R_1^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_3 = M_T R_1 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_3 = M_T R_1 \alpha_{\gamma\omega\nu}$ (α)

Ισχύει: $u_2 = \omega \cdot R_2 \Leftrightarrow \alpha_2 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R_2 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \frac{R_1}{2} \Leftrightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{2\alpha_2}{R_1} (\beta) \xrightarrow{\omega} T_3 = 2M_T \alpha_2 (\beta)$

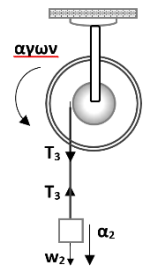
Σώμα (2): $\Sigma F = m \cdot a_2 \Leftrightarrow m_2 \cdot g - T_3 = m_2 \cdot a_2 \xrightarrow{(\beta)} m_2 \cdot g = (2M_T + m_2) \alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{m_2 \cdot g}{2M_T + m_2}$ (γ)

Για την τροχαλία ισχύει: $K_T = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} M_T \cdot R_1^2 \omega^2 = \frac{1}{4} M_T \cdot R_1^2 \omega^2 \xrightarrow{\omega = \alpha \gamma t} K_T = \frac{1}{4} M_T \cdot R_1^2 \alpha_{\gamma\omega\nu}^2 t^2$ (δ)

Για το Σ2 ισχύει: $|\Delta U| = |U_{τελ} - U_{αρχ}| = m_2 \cdot g \cdot \Delta x = m_2 \cdot g \cdot \frac{1}{2} \alpha_2 \cdot t^2 \Rightarrow |\Delta U| = \frac{1}{2} m_2 g \cdot \alpha_2 \cdot t^2$ (ε)

$$\xrightarrow{(\delta);(\epsilon)} \frac{K_T}{|\Delta U|} = \frac{\frac{1}{4} M_T \cdot R_1^2 \alpha_{\gamma\omega\nu}^2 t^2}{\frac{1}{2} m_2 g \cdot \alpha_2 \cdot t^2} = \frac{1}{2} \frac{M_T \cdot R_1^2 \alpha_{\gamma\omega\nu}^2}{m_2 g \cdot \alpha_2} \xrightarrow{(\beta)} \frac{K_T}{|\Delta U|} = \frac{1}{2} \frac{M_T \cdot R_1^2 \frac{\alpha_2^2}{R_1^2}}{m_2 g \cdot \alpha_2} = \frac{1}{2} \frac{M_T \cdot 4R_2^2 \frac{\alpha_2^2}{R_2^2}}{m_2 g \cdot \alpha_2} = \frac{1}{2} \frac{M_T \cdot 4\alpha_2^2}{m_2 g \cdot \alpha_2} = 2 \frac{M_T \alpha_2}{m_2 g}$$

$$\xrightarrow{(\gamma)} \frac{K_T}{|\Delta U|} = 2 \frac{M_T \frac{m_2 \cdot g}{2M_T + m_2}}{m_2 g} = 2 \frac{M_T}{M_T + m_2} \Rightarrow \frac{K_T}{|\Delta U|} = 2 \frac{M_T}{2M_T + m_2} = \text{σταθερό} \Rightarrow \frac{K_T}{|\Delta U|} = \frac{3}{5}$$



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΔΡΑΚΟΣ