ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2018

ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

Α1: γ) , Α2 : α) , Α3 : δ) , Α4 : δ) , Α5 : α)-Λ , β)-Σ , γ)-Λ , δ)-Σ , ε)-Σ

Θέμα Β

$\boxed{\text{B1.}\ -\ \text{ii}}$ Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι το πλάτος μετά από μία ταλάντωση ισούται με : $A_1 = \frac{A_0}{2}$.

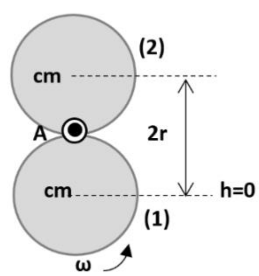
Ισχύει όμως: $\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \text{σταθερό} \Leftrightarrow A_0 A_2 = A_1^2 \xrightarrow{A_1 = \frac{A_0}{2}} A_0 A_2 = \frac{A_o^2}{4} \Leftrightarrow \boxed{A_2 = \frac{A_o}{4}}$. Το έργο της δύναμης που αντιτίθεται στην κίνηση ισούται με τη μεταβολή της ενέργειας ταλάντωσης. Άρα:

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2}DA_1{}^2 = \frac{1}{2}D\left(\frac{A_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}D\frac{A_o{}^2}{4} \xrightarrow{E_o = \frac{1}{2}DA_o{}^2} E_1 = \frac{E_o}{4} \\ E_2 &= \frac{1}{2}DA_2{}^2 = \frac{1}{2}D\left(\frac{A_0}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}D\frac{A_o{}^2}{16} \xrightarrow{E_o = \frac{1}{2}DA_o{}^2} E_2 = \frac{E_o}{16} \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow W_F = E_2 - E_1 = \frac{E_o}{16} - \frac{E_o}{4} = \frac{E_o}{16} - \frac{4E_o}{16} \Leftrightarrow \boxed{W_F = -\frac{3E_o}{16}}$$

$\boxed{\text{B2.}\ -\ \text{iii}}$ Σε χρόνο Δt=T τα δύο κύματα θα έχουν μετατοπιστεί δεξιά και αριστερά κατά Δx=λ .Επομένως θα έχει δημιουργηθεί στάσιμο στο τμήμα (-λ , λ).Το σημείο $x_1 = -\frac{\lambda}{2}$, ανήκει στην περιοχή του στάσιμου, επομένως η απομάκρυνσή του από τη ΘΙ θα δίνεται από τον τύπο: $y = 2A.\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}.\eta\mu\frac{2\pi t}{T} \xrightarrow[t=T]{x=-\lambda/2} y_1 = 2A.\sigma\upsilon\nu(-\pi).\eta\mu 2\pi \Leftrightarrow \boxed{y_1 = 0}$.

Το σημείο όμως $x_2 = \frac{5\lambda}{4}$ όμως δεν ανήκει στην περιοχή του στάσιμου, αλλά ανήκει στην περιοχή που κινείται το κύμα το ερχόμενο από δεξιά . Άρα: $y_2 = A.\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \xrightarrow[t=T]{x=5\lambda/4} y_2 = A.\eta\mu 2\pi\left(1 + \frac{5}{4}\right) = A.\eta\mu\frac{9\pi}{2} \Leftrightarrow y_2 = A$.

Η απόσταση των σημείων ισούται με : $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{\left(\frac{5\lambda}{4} - \left(-\frac{\lambda}{2}\right)\right)^2 + (0 - A)^2} \Leftrightarrow \boxed{d = \sqrt{\left(\frac{7\lambda}{4}\right)^2 + (A)^2}}$



$\boxed{\text{B3.}\ -\ \text{i}}$:Για να κάνει ανακύκλωση θα πρέπει να φτάσει στο ψηλότερο σημείο με γωνιακή ταχύτητα ελάχιστα μεγαλύτερη από το μηδέν. Θα θεωρήσουμε ότι η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος στο ψηλότερο σημείο είναι μηδέν (αν είναι ακριβώς μηδέν θα ισορροπήσει στο σημείο αυτό).Υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα περιστροφής Α, από το θεώρημα Steiner: $I_A = I_{cm} + mr^2 = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 \Leftrightarrow \boxed{I_A = \frac{3}{2}mr^2}$.

Επειδή η μηχανική ενέργεια διατηρείται για το σύστημα, γράφουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ της κατώτερης και της υψηλότερης θέσης.

$$E(1) = E(2) \Leftrightarrow K_{\alpha\rho\chi} + \cancel{U_{\alpha\rho\chi}}^{0} = \cancel{K_{\tau\varepsilon\lambda}}^{0} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow \frac{1}{2}I\omega^2 = m.g.2r \Leftrightarrow \frac{1}{2}\frac{3}{2}\cancel{m}r^{\cancel{2}}\omega^2 = \cancel{m}.g.2\cancel{r} \Leftrightarrow \frac{3}{4}r\omega^2 = 2g \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{8g}{3r}} \Leftrightarrow \boxed{\omega = 2\sqrt{\frac{2g}{3r}}}$$

Θέμα Γ

Γ 1. Εφαρμόζουμε εξίσωση της συνέχειας : $(1) \rightarrow (2) \Rightarrow A_1.u_1 = A_2 \cdot u_2 \xrightarrow{A_2 = A_1/3} A_1.u_1 = \frac{A_1 \cdot}{3}u_2 \Leftrightarrow \boxed{u_2 = 3u_1}(1)$

Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli $(1)\rightarrow(2): P_1+\frac{1}{2}\rho\cdot u_1^2+\rho\cdot g h= P_2+\frac{1}{2}\rho\cdot u_2^2 \xrightarrow{P_1=P_2=P_{atm}}$

$$\frac{1}{2}\cancel{\rho}\cdot u_1^2+\cancel{\rho}\cdot g\cdot h=\frac{1}{2}\cancel{\rho}\cdot u_2^2 \xrightarrow{(1)} \frac{1}{2}\cdot u_1^2+g\cdot h=\frac{1}{2}9u_1^2 \Leftrightarrow g\cdot h=\frac{1}{2}9u_1^2-\frac{1}{2}u_1^2 \Leftrightarrow g\cdot h=4u_1^2 \Leftrightarrow u_1=\sqrt{\frac{gh}{4}} \Leftrightarrow \boxed{u_1=1m/s} \xrightarrow{(1)} \boxed{u_2=3m/s}$$

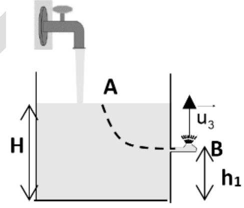
Παροχή βρύσης: $\Pi_{\beta\rho}=A_1u_1 \longrightarrow \boxed{\Pi_{\beta\rho}=8.10^{-5}m^3/s}$

Γ 2. Το νερό ανάμεσα στα σημεία 1 και 2 εκτελεί κατακόρυφη βολή. Άρα: $u_2=u_1+gt \Leftrightarrow 3=1+10\Delta t \Leftrightarrow \boxed{\Delta t=0{,}2s}$

Από την παροχή υπολογίζουμε τον όγκο υγρού.Ισχύει: $\Pi=\frac{\Delta V}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta V=\Pi.\Delta t=8.10^{-5}.0{,}2 \Leftrightarrow \Delta V=16.10^{-6}m^3$.

Από τον τύπο της πυκνότητας $\xrightarrow{\rho=\frac{m}{\Delta V}} m=\rho.\Delta V=10^3 16.10^{-6} \Leftrightarrow m=16 10^{-3}Kgr \xrightarrow{w=m.g} \Leftrightarrow \boxed{w=16 10^{-2}N}$

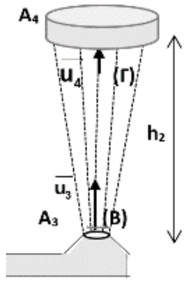
Γ 3. Για να μείνει σταθερό το ύψος του νερού στο δοχείο, πρέπει η παροχή εισόδου(βρύσης) και η παροχή εξόδου να είναι ίδιες: $\Pi_{\beta\rho}=\Pi_3 \Leftrightarrow \Pi_{\beta\rho}=A_3.u_3 \Leftrightarrow u_3=\frac{\Pi_{\beta\rho}}{A_3}=\frac{8.10^{-5}}{2.10^{-5}} \Leftrightarrow \boxed{u_3=4m/s}$



Εφαρμόζουμε ξίσωση Bernoulli $(A)\rightarrow(B)$

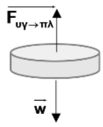
$$P_A+\frac{1}{2}\rho\cdot u_A^2+\rho\cdot gH= P_B+\frac{1}{2}\rho\cdot u_3^2+\rho\cdot gh_1 \xrightarrow[uA=0]{P_A=P_B=P_{atm}} \cancel{\rho}\cdot g\cdot H=\frac{1}{2}\cancel{\rho}\cdot u_3^2+\cancel{\rho}\cdot gh_1 \xrightarrow{(1)} H=\frac{u_3^2}{2g}+h_1 \Leftrightarrow \boxed{H=2m}$$

Γ 4. Εφαρμόζουμε ξίσωση Bernoulli $(B)\rightarrow(\Gamma)$



$$\xrightarrow[y_B=0,\ y_\Gamma=h2]{P_B=P_\Gamma=P_{atm}} \frac{1}{2}\cancel{\rho}\cdot u_3^2=\frac{1}{2}\cancel{\rho}\cdot u_4^2+\cancel{\rho}\cdot g\cdot h_2 \xrightarrow{(1)} u_4=\sqrt{u_3^2-2g\cdot h_2} \Leftrightarrow \boxed{u_4=2m/s}$$

Μετά την πρόσκρουση της φλέβας νερού πάνω στο δίσκο με ταχύτητα u_4 , το νερό κινείται παράλληλα προς την επιφάνεια του δίσκου και προς τα άκρα του. Επομένως, η ταχύτητα του νερού στη διεύθυνση της αρχικής ροής μηδενίζεται. Έστω Δm η μάζα νερού που προσπίπτει στο δίσκο σε χρόνο Δt. Αν θεωρήσουμε θετική φορά τη φορά της ταχύτητας u_4 , η δύναμη που ασκεί η πλάκα στο υγρό θα ισούται με :

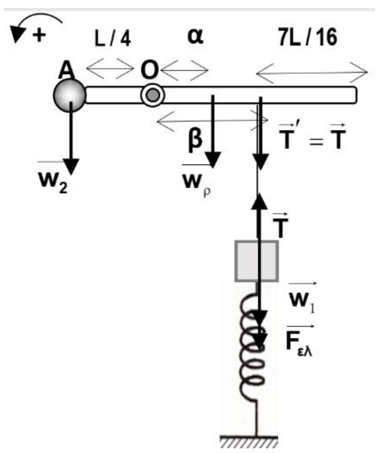


$$F_{\pi\lambda\acute{\alpha}\kappa\alpha\rightarrow\upsilon\gamma\rho\acute{o}}=\frac{\Delta P}{\Delta t}=\frac{P_{\tau\epsilon\lambda}-P_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}=\frac{0-P_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}=\frac{-\Delta m.u_4}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta m=\rho.\Delta V} F_{\pi\lambda\acute{\alpha}\kappa\alpha\rightarrow\upsilon\gamma\rho\acute{o}}=\frac{-\rho.\Delta V.u_4}{\Delta t} \xrightarrow{\Pi=\frac{\Delta V}{\Delta t}} \boxed{F_{\pi\lambda\acute{\alpha}\kappa\alpha\rightarrow\upsilon\gamma\rho\acute{o}}=-\Pi.\rho u_4}$$

Από τον 3ο νόμο του Νεύτωνα και το υγρό ασκεί στην πλάκα αντίθετη δύναμη: $\overrightarrow{F_{\upsilon\gamma\rho\acute{o}\rightarrow\pi\lambda\acute{\alpha}\kappa\alpha}}=-\overrightarrow{F_{\pi\lambda\acute{\alpha}\kappa\alpha\rightarrow\upsilon\gamma\rho\acute{o}}}=\Pi.\rho.u_4$. Η πλάκα για να ισορροπεί πρέπει:

$$\Sigma\vec{F}=0 \Leftrightarrow \vec{F}+\vec{w}=0 \Leftrightarrow \vec{F}=-\vec{w} \Leftrightarrow \Pi.\rho.u_4=m.g \Leftrightarrow m=\frac{\Pi.\rho.u_4}{g} \xrightarrow{\Pi=A_3.u_3=\sigma\tau\alpha\theta\epsilon\rho\acute{\eta}} m=\frac{A_3.u_3.\rho.u_4}{g} \Leftrightarrow \boxed{m=16.10^{-3}Kgr}$$

Θέμα Δ



Δ 1. Υποθέτουμε ότι το ελατήριο είναι τεντωμένο. Μελετάμε την ισορροπία κάθε σώματος ξεχωριστά.

$$\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\varsigma+m_2: \Sigma\tau(O)=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{\tau_{w_2}}+\overrightarrow{\tau_{w_\rho}}+\overrightarrow{\tau_T}=0 \Leftrightarrow w_2\frac{L}{4}-w_\rho.\alpha-T.\beta=0$$

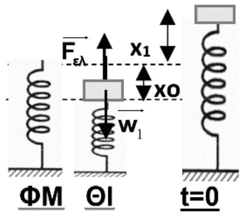
$$\xrightarrow[\beta=L-\frac{7L}{16}-\frac{L}{4}]{\alpha=\frac{L}{2}-\frac{L}{4}} w_2\frac{\cancel{L}}{4}-w_\rho.\frac{\cancel{L}}{4}-T.\frac{5\cancel{L}}{16}=0 \xrightarrow{x16} 4m_2g-4m_\rho g-5T=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T=\frac{4m_2g-4m_\rho g}{5} \Leftrightarrow \boxed{T=20N}$$

$$m_1: \Sigma\vec{F}=0 \Leftrightarrow \vec{T}+\vec{w_1}+\vec{F_{\epsilon\lambda}}=0 \Leftrightarrow T-w_1-F_{\epsilon\lambda}=0 \Leftrightarrow \boxed{F_{\epsilon\lambda}=10N} \xrightarrow{F_{\epsilon\lambda}=Kx1} \boxed{x_1=0{,}1m}$$

$$\text{Αλλά}: U_{\epsilon\lambda}=\frac{1}{2}K.x_1^2=\frac{1}{2}100.0{,}1^2 \Leftrightarrow \boxed{U_{\epsilon\lambda}=0{,}5J}$$

Δ 2. Μελετάμε τη θέση ισορροπίας του m1.



$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F\varepsilon\lambda = mg \Leftrightarrow K.xo = m_1 g \Leftrightarrow \boxed{xo = \frac{m_1 g}{K} = 0{,}1m}$. Για τη ταλάντωση ισχύει:

$$D = m_1.\omega^2 \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m_1}} \Leftrightarrow \omega = 10r/s \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} \boxed{T = \frac{\pi}{5}\sec}$$

$$t = 0 \Leftrightarrow \left\langle \begin{matrix} x_{\Theta I} = x_o + x_1 = 0{,}2m \\ U = 0m/s \end{matrix} \right\rangle \xrightarrow{\text{ΑΔΕΤ}} \boxed{A = 0{,}2m}$$

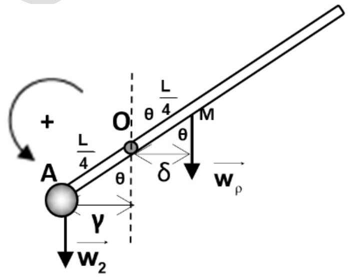
Η θέση φυσικού μήκους απέχει xo=0,1m από την ΘΙ. Το σώμα όταν περνάει από εκεί έχει ταχύτητα που μπορεί να υπολογιστεί από την ΑΔΕΤ:

$$E = K + U \Leftrightarrow \cancel{\tfrac{1}{2}}DA^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}}m_1u_1^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}}Dxo^2 \xrightarrow{D=m_1.\omega^2} m_1.\omega^2A^2 = m_1u_1^2 +{}_1.\omega^2xo^2 \Leftrightarrow u_1^2 = \omega^2\left(A^2 - xo^2\right) = 3 \Leftrightarrow \boxed{u_1 = \pm\sqrt{3}\,m/s}$$

Το σώμα σε αυτή τη θέση βρίσκεται δύο διαδοχικές φορές με αντίθετες ταχύτητες. Άρα:

$$\overrightarrow{\Delta P} = \overrightarrow{P_1^{\tau\varepsilon\lambda}} - \overrightarrow{P_1^{\alpha\rho\chi}} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\Delta P}\right| = \left|P_1^{\tau\varepsilon\lambda} - (-P_1^{\alpha\rho\chi})\right| = \left|m_1u_1 - (-m_1u_1)\right| \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\Delta P}\right| = 2m_1u_1 \Leftrightarrow \boxed{\left|\overrightarrow{\Delta P}\right| = 2\sqrt{3}Kgr.m/s}$$

Δ 3. Ισχύει: $\frac{d|\vec{u}|}{dt} = \alpha_\varepsilon = \alpha_{\gamma\omega\nu}.r$. Υπολογίζουμε την ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής:



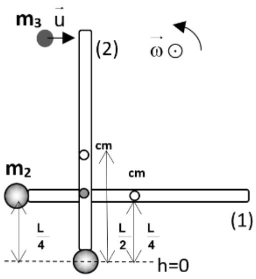
$$I_{o\lambda} = I_{m2} + I_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon} = m_2.\left(\frac{L}{4}\right)^2 + I_{cm}^{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon} + M\left(\frac{L}{2} - \frac{L}{4}\right)^2 = m_2.\frac{L^2}{16} + \frac{1}{12}ML^2 + M\frac{L^2}{16} \Leftrightarrow \boxed{I_{o\lambda} = 12{,}5Kg.m^2}$$

Ισχύει:

$$\overrightarrow{\Sigma\tau(O)} = I_{o\lambda}.\overrightarrow{\alpha_{\gamma\omega\nu}} \Leftrightarrow \overrightarrow{\Sigma\tau(O)} = \overrightarrow{\tau_{w_2}} + \overrightarrow{\tau_{w_\rho}} \Leftrightarrow w_2.\gamma - w_\rho.\delta = I_{o\lambda}\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow m_2 g\frac{L}{4}\eta\mu\theta - m_\rho g\frac{L}{4}\eta\mu\theta = I_{o\lambda}\alpha_{\gamma\omega\nu}$$

$$\xrightarrow[I_{o\lambda}=12{,}5Kg.m^2]{\theta=30^o} \boxed{\alpha_{\gamma\omega\nu} = 1rad/s^2} \xrightarrow[\frac{d|\vec{u}|}{dt}=\alpha_\varepsilon=\alpha_{\gamma\omega\nu}.r]{\gamma\iota\alpha\ m2\ ,r=L/4} \left(\frac{d|\vec{u}|}{dt}\right)_{m2} = \alpha_{\gamma\omega\nu}.\frac{L}{4} \Leftrightarrow \boxed{\left(\frac{d|\vec{u}|}{dt}\right)_{m2} = 1m/s^2}$$

Δ 4. Κάνουμε ΑΔΜΕ από την αρχική στην κατακόρυφη θέση για να βρούμε με τι ταχύτητα φτάνει το σύστημα στην ανώτερη θέση.



$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow U_{\rho\acute{\alpha}\beta}^{\alpha\rho\chi} + U_{m2}^{\alpha\rho\chi} + \cancel{K_{o\lambda}^{\alpha\rho\chi}}^0 = U_{\rho\acute{\alpha}\beta}^{\tau\varepsilon\lambda} + \cancel{U_{m2}^{\tau\varepsilon\lambda}}^0 + K_{o\lambda}^{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow Mg\frac{L}{4} + m_2g\frac{L}{4} = Mg\frac{L}{2} + \frac{1}{2}I o\lambda.\omega_{max}^2 \Leftrightarrow$$

$$m_2g\frac{L}{4} - Mg\frac{L}{4} = \frac{1}{2}I o\lambda.\omega_{max}^2 \Leftrightarrow 55 - 30 = \frac{1}{2}12{,}5\omega_{max}^2 \Leftrightarrow \omega_{max}^2 = 4 \Leftrightarrow \boxed{\omega_{max} = 2rad/s}$$

Εφαρμόζουμε ΑΔΣ για την κρούση του συστήματος με το σώμα m3.

$$\overrightarrow{L^{\alpha\rho\chi}} = \overrightarrow{L^{\tau\varepsilon\lambda}} \Leftrightarrow \overrightarrow{L_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\alpha\rho\chi}} + \overrightarrow{L_{m3}^{\alpha\rho\chi}} = 0 \Leftrightarrow I_{o\lambda}.\omega - m_3.u_3.\frac{3L}{4} = 0 \Leftrightarrow 12{,}5.2 - \frac{5}{3}.u_3.3 = 0 \Leftrightarrow \boxed{u_3 = 5m/s}$$

$$\left.\begin{matrix} K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}I_{o\lambda}.\omega^2 + \frac{1}{2}m_3.u_3^2 = \frac{1}{2}12{,}5.2^2 + \frac{1}{2}\frac{5}{3}.5^2 \Leftrightarrow K_{\alpha\rho\chi} = \frac{275}{6}J \\ K_{\tau\varepsilon\lambda} = 0 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow K_{\alpha\rho\chi} = \cancel{K_{\tau\varepsilon\lambda}}^0 + Q \Leftrightarrow \boxed{Q = \frac{275}{6}J}$$