ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

Θέμα Α

Α1: β) , Α2 : γ) , Α3 : α) , Α4 : α) , Α5 : α)-Σ , β)-Σ , γ)-Λ , δ)-Λ , ε)-Σ

Θέμα Β

Β1. – i Η κρούση είναι ελαστική:

$$K_{αρχ}=K_{τελ} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_1u_1^2=\frac{1}{2}m_1V^2+\frac{1}{2}m_2V^2 \Leftrightarrow m_1u_1^2=m_1V^2+m_2V^2 \Leftrightarrow m_1u_1^2=\left(m_1+m_2\right)V^2\ (1)$$

Από την αρχή διατήρησης της ορμής ισχύει: $\overrightarrow{ΣF_{εξ}}=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{P_{αρχ}}=\overrightarrow{P_{αρχ}} \Leftrightarrow$

$$\Rightarrow m_1u_1=\sqrt{(m_1V)^2+(m_2V)^2+2m_1Vm_2Vσυνφ} \Leftrightarrow m_1^2u_1^2=m_1^2V^2+m_2^2V^2+2m_1Vm_2Vσυν120^o \Leftrightarrow m_1^2u_1^2=\left(m_1^2+m_2^2-m_1m_2\right)V^2\ (2)$$

$$(:)\xrightarrow[(2)]{(1)}\frac{m_1u_1^2}{m_1^2u_1^2}=\frac{\left(m_1+m_2\right)V^2}{\left(m_1^2+m_2^2-m_1m_2\right)V^2} \Leftrightarrow \frac{1}{m_1}=\frac{\left(m_1+m_2\right)}{\left(m_1^2+m_2^2-m_1m_2\right)} \Leftrightarrow \cancel{m_1^2}+m_2^2-m_1m_2=\cancel{m_1^2}++m_1m_2$$

$$\Leftrightarrow m_2^2-2m_1m_2=0 \Leftrightarrow m_2\left(m_2-2m_1\right)=0 \Leftrightarrow \left(m_2=0, απορρίπτεται\right) \text{ ή } \left(m_2-2m_1=0 \Leftrightarrow \boxed{\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{2}}\right)$$

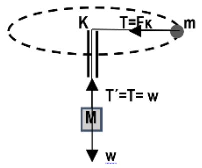
Β2. – iii Εφαρμόζω εξίσωση συνέχειας στα σημεία 1 και 2: $A_1.υ_1=A_2\cdot υ_2 \Leftrightarrow A_1.υ_1=\frac{A_1}{3}\cdot υ_2 \Leftrightarrow \boxed{υ_2=3.υ_1}$

Εξίσωση Bernoulli $1\rightarrow 2 \xrightarrow{y=0}: P_1+\frac{1}{2}ρ_αu_1^2=P_2+\frac{1}{2}ρ_αu_2^2 \xrightarrow{υ_2=3υ_1}$

$$\Leftrightarrow P_1+\frac{1}{2}ρ_αu_1^2=P_2+\frac{1}{2}ρ_α9u_1^2 \Leftrightarrow P_1-P_2=\frac{1}{2}ρ_α9u_1^2-\frac{1}{2}ρ_α\cdot u_1^2=\frac{8}{2}ρ_αu_1^2 \Leftrightarrow P_1-P_2=4ρ_αu_1^2\ (1)$$

$$P_A=P_B \Leftrightarrow P_1=ρ_υgh+P_2 \Leftrightarrow P_1-P_2=ρ_υgh \xrightarrow{(1)} 4ρ_αu_1^2=ρ_υgh \xrightarrow{ρ_υ=800ρ_α} 4ρ_αu_1^2=800ρ_αgh \Leftrightarrow \boxed{u_1=10\sqrt{2gh}}$$

Β3. – i Η τάση του νήματος αναλαμβάνει τον ρόλο της κεντρομόλου. Το σώμα μάζας Μ ισορροπεί, οπότε ισχύει: $T=F_κ=W \Leftrightarrow Mg=T=F_κ \Leftrightarrow Mg=\frac{m.u_1^2}{R_1}(1)\cdot$



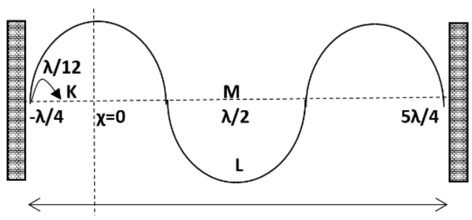
Καθώς κρεμάμε το επιπλέον σώμα, ισχύει για το Σ : $\overrightarrow{Στ_{εξωτ}}=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{L_{αρχ}}=\overrightarrow{L_{τελ}}$

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{L_{αρχ}}=\overrightarrow{L_{τελ}} \Leftrightarrow m.u_1.R_1=m.u_2.R_2 \Leftrightarrow u_1.R_1=u_2.R_2 \\ T_2=F_{κ2} \Leftrightarrow 8M.g=\frac{m.u_2^2}{R_2} \xrightarrow{(1)} 8\frac{m.u_1^2}{R_1}=\frac{m.u_2^2}{R_2} \Leftrightarrow 8\frac{u_1^2}{R_1}=\frac{u_2^2}{R_2}\end{array}\right\} \xrightarrow[κατά\ μέλη]{πολ/ζω} 8\frac{u_1^2}{R_1}u_1.R_1=\frac{u_2^2}{R_2}u_2.R_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 8u_1^3=u_2^3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{8}u_1=u_2 \Leftrightarrow \boxed{u_2=2u_1}$$

Θέμα Γ

Γ 1. Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικές ευθυγραμμίσεις της χορδής ισούται με $\frac{T}{2}$.



$$\frac{T}{2}=0,2s \Leftrightarrow \boxed{T=0,4s} \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} \boxed{\omega=5\pi\frac{rad}{s}}$$

$$\xrightarrow[3\ \text{κοιλίες}]{\text{ΧΟΡΔΗ}} L=6\frac{\lambda}{4} \Leftrightarrow \boxed{\lambda=1,2m} \xrightarrow{U_\Delta=\frac{\lambda}{T}} \boxed{U_\Delta=3m/s}$$

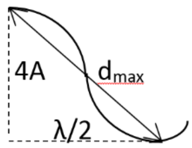
$$\text{μέγιστη ταχ. κοιλίας}: Uo=\omega.2A \Leftrightarrow A=\frac{Uo}{2\omega} \Leftrightarrow \boxed{A=0,2m}$$

Εφόσον το $x=0$ αντιστοιχεί σε κοιλία, η οποία για t=0 βρίσκεται στη ΘΙ με θετική ταχύτητα, ισχύει:

$$y_{\text{στάσιμο}} = 2A\sigma\upsilon\nu(2\pi\frac{x}{\lambda}).\eta\mu(2\pi\frac{t}{T}) \Leftrightarrow \boxed{y=0,4\sigma\upsilon\nu(\frac{5\pi x}{3}).\eta\mu(5\pi t)\ (SI)}\ ,-\frac{\lambda}{4}\le x\le 5\frac{\lambda}{4}$$

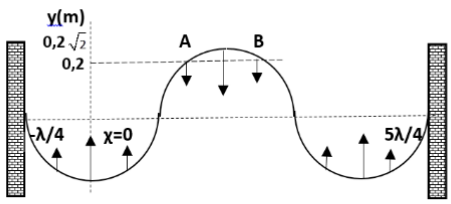
Γ 2. Η μέγιστη απόσταση δύο διαδοχικών κοιλιών φαίνεται στο σχήμα και ισούται με :

$$d_{max}=\sqrt{(4A)^2+(\frac{\lambda}{2})^2}=\sqrt{(0,8)^2+(0,6)^2} \Leftrightarrow \boxed{d_{max}=1m}$$



Γ 3. Ισχύει: $y=0,4\sigma\upsilon\nu(\frac{5\pi x}{3}).\eta\mu(5\pi t) \xrightarrow{t=\frac{7T}{8}=0,35s} y=0,4\sigma\upsilon\nu(\frac{5\pi x}{3}).\eta\mu(1,75\pi) \Leftrightarrow \boxed{y=-0,2\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu(\frac{5\pi x}{3})(SI)}$

x	-λ/4 = -0,3m	0	….	5λ/4
y	0	$-0,2\sqrt{2}$ m	….	0



Βρίσκω την ταχύτητα μίας κοιλίας (π.χ. της χ=0) και με βάση αυτή θα προσδιορίσω των υπολοίπων σημείων, δεδομένου ότι οι ταχύτητες ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς δεσμούς έχουν την ίδια φορά, ενώ εκατέρωθεν ενός δεσμού έχουν αντίθετη φορά.

$$U=\omega.2A\sigma\upsilon\nu(\frac{2\pi x}{\lambda}).\sigma\upsilon\nu(\frac{2\pi t}{T}) \xrightarrow[t=\frac{7T}{8}]{x=0} U=\omega.2A\sigma\upsilon\nu(0).\sigma\upsilon\nu(\frac{7\pi}{4}) \Leftrightarrow \boxed{U=+\sqrt{2}\omega A}.$$

Ζητούνται τα σημεία σε απόσταση y=+0,2m από τη θέση ισορροπίας και με αρνητική ταχύτητα. Από το στιγμιότυπο φαίνεται ότι **<u>αυτά είναι δύο, το Α και το Β.</u>**

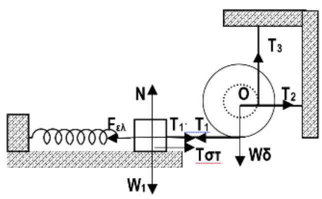
Γ 4. Χρειάζομαι την απόσταση του Κ από το χ=0: $x_K=-\frac{\lambda}{4}+\frac{\lambda}{12} \Leftrightarrow \boxed{x_K=-\frac{\lambda}{6}=-0,2m}$.

$$\left.\begin{cases} \underline{\Delta\text{ίνεται}: xM=\frac{\lambda}{2}=0,6\ \ ,y_M=0,2m\ \ .U_M>0} \\ y=0,4\sigma\upsilon\nu(\frac{5\pi x}{3}).\eta\mu\varphi \xrightarrow[y=0,2]{xM=\frac{\lambda}{2}=0,6} 0,2=0,4\sigma\upsilon\nu(\pi).\eta\mu\varphi \Leftrightarrow \eta\mu\varphi=-\frac{1}{2}=\eta\mu\frac{7\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases}\varphi=2\kappa\pi-\frac{\pi}{6}\\ \varphi=2\kappa\pi+\frac{7\pi}{6}\end{cases} \\ U=\omega 2A\sigma\upsilon\nu(\frac{5\pi x}{3}).\sigma\upsilon\nu\varphi \xrightarrow[U>0]{xM=\frac{\lambda}{2}=0,6} \omega 2A\sigma\upsilon\nu(\pi).\sigma\upsilon\nu\varphi>0 \Leftrightarrow -\omega 2A\sigma\upsilon\nu\varphi>0 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi<0 \Leftrightarrow \varphi:(2^o+3^o) \end{cases}\right\} \boxed{\varphi=2\kappa\pi+\frac{7\pi}{6}}$$

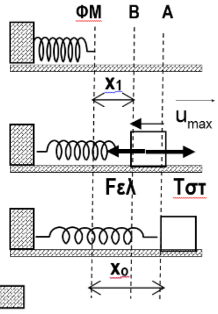
$$\underline{\text{Ζητείται}\ U_K} \Leftrightarrow U=2\pi\sigma\upsilon\nu(\frac{5\pi x}{3}).\sigma\upsilon\mu\varphi \xrightarrow[\varphi=2\kappa\pi+\frac{7\pi}{6}]{xK=-0,2m} U_K=2\pi\sigma\upsilon\nu(-\frac{\pi}{3}).\sigma\upsilon\nu\left(2\kappa\pi+\frac{7\pi}{6}\right)=\pi.\sigma\upsilon\nu\left(\frac{7\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \boxed{U_K=-0,5\pi m/s}$$

<u>Θέμα Δ</u>

Δ 1. Ο δίσκος ισορροπεί: $\begin{cases} \Sigma F_y=0 \Leftrightarrow T_3=W_\delta \Leftrightarrow \boxed{T_3=60N} \\ \Sigma\tau(0)=0 \Leftrightarrow T_3.r=T_1.R \Leftrightarrow T_3=2T_1 \Leftrightarrow \boxed{T_1=30N} \Leftrightarrow \boxed{T_1'=30N} \\ \Sigma F_x=0 \Leftrightarrow T_1=T_2 \Leftrightarrow \boxed{T_2=30N} \end{cases}$



Το m1 ισορροπεί: $\begin{cases} \Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N = W_1 \Leftrightarrow \boxed{N = 40N} \\ \Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = T_1' + T_{\sigma\tau} \Leftrightarrow Kx_o = T_1' + T_{\sigma\tau} \Leftrightarrow \boxed{T_{\sigma\tau} = 20N} \xrightarrow[\text{ισορροπία}]{\text{οριακή}} \mu.N = 20N \Leftrightarrow \boxed{\mu = 0{,}5} \end{cases}$



Δ 2. Καθώς το σχοινί 1 κόβεται στο m1 ασκείται η Fελ και η $T_{\text{ολίσθησης}}$. Μέγιστη ταχύτητα αποκτά όταν η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν.

$\boxed{T_{o\lambda} = T_{o\rho\iota\alpha\kappa\acute{\eta}} = 20N} \xrightarrow{\Sigma F_x = 0} F\varepsilon\lambda = T_{o\lambda} \Leftrightarrow Kx_1 = T_{o\lambda} \Leftrightarrow \boxed{x_1 = 0{,}2m}$

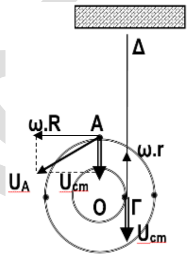
$$\Theta MKE \;\; A \to B: K_B - \cancel{K_A}^{0} = W_{F\varepsilon\lambda} + W_{T o\lambda} \xrightarrow[W_{To\lambda} = -T_{o\lambda}.\Delta x]{W_{F\varepsilon\lambda} = -\Delta U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}Kx_o^2 - \frac{1}{2}Kx_1^2} \frac{1}{2}m_1.U_{max}^2 = \frac{1}{2}Kx_o^2 - \frac{1}{2}Kx_1^2 - T_{o\lambda}.(x_o - x_1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}4.U_{max}^2 = \frac{1}{2}100.0{,}5^2 - \frac{1}{2}100.0{,}2^2 - 20.(0{,}5 - 0{,}2) \Leftrightarrow \boxed{U_{max} = 1{,}5m/s}$$

Δ 3. Σχεδιάζουμε τις ταχύτητες στα διάφορα σημεία του τροχού.

Κάθε σημείο του τροχού έχει την U_{cm} και τη $U_{\gamma\rho\alpha\mu\mu\iota\kappa\acute{\eta}}$.

Το σημείο Γ και το σημείο Δ έχουν ίδια ταχύτητα η οποία είναι ίση με μηδέν.



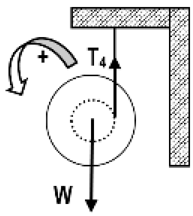
$\boxed{U_\Delta = 0} \Leftrightarrow U_{cm} - \omega.r = 0 \Leftrightarrow \boxed{U_{cm} = \omega.r} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \boxed{\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}.r} \; (1)$

$\vec{U_A} = \vec{U_{cm}} + \vec{U_{\gamma\text{-}A}} \Leftrightarrow \boxed{U_A = \sqrt{U_{cm}^2 + (\omega.R)^2}} \; (2)$

Ισχύει για το δίσκο:

Μεταφορικά: $\Sigma F = m_1.\alpha_{cm} \Leftrightarrow w_1 - T_4 = m_1\alpha_{cm} \Leftrightarrow 60 - T_4 = 6\alpha_{cm} \; (3)$

Περιστροφικά: $\Sigma\tau(O) = I.\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_4 r = \frac{1}{2}m_1 R^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_4 = 2{,}4\alpha_{\gamma\omega\nu} \; (4)$



$(1) \Leftrightarrow \alpha_{cm} = 0{,}2\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(3)} 60 - T_4 = 1{,}2\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{+(4)} \boxed{\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{50}{3} r/s^2} \xrightarrow{(1)} \boxed{\alpha_{cm} = \frac{10}{3} m/s^2}$

$\xrightarrow{(4)} \boxed{T_4 = 40N}$

Άρα : $\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = T_4.r \Leftrightarrow \boxed{\frac{dL}{dt} = 8\frac{Kg.m^2}{s^2}}$

Δ 4. Ισχύει : $\Delta y = h = \frac{1}{2}\alpha_{cm}\, t_1^2 \Leftrightarrow \boxed{t_1 = 1{,}2s}$ $\xrightarrow{Ucm = \alpha cm.t} \boxed{U_{cm(1)} = 4m/s}$, $\xrightarrow{\omega = \alpha\gamma\omega\nu.t} \boxed{\omega_{(1)} = 20r/s}$ $\xrightarrow{(2)} U_A = \sqrt{4^2 + (20.0{,}4)^2} \Leftrightarrow \boxed{U_A = 4\sqrt{5}m/s}$

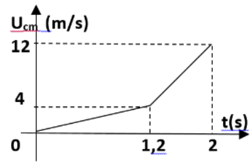
Δ 5. Μόλις κόψουμε το σχοινί για το δίσκο ισχύει:

$\left.\begin{aligned} &\Sigma\tau = 0 \Leftrightarrow \text{ομαλή στροφική με } \boxed{\omega_{(1)} = 20r/s} \\ &N = \frac{8}{\pi} \xrightarrow{N = \frac{\Delta\theta}{2\pi}} \Delta\theta = 2\pi N = 16rad \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}} \boxed{\Delta t_2 = 0{,}8s} \xrightarrow{t_2 = t_1 + \Delta t_2} \boxed{t_2 = 2s}$

$\Sigma F = W_\delta \Leftrightarrow \beta o\lambda\acute{\eta} \text{ με}: U_{cm} = U_{cm(1)} + g.\Delta t = U_{cm(1)} + g.(t - t_1) \Leftrightarrow \boxed{U_{cm} = 4 + 10.(t - 1{,}2)(SI)}$

$$U_{cm} = \begin{cases} \alpha_{cm} t = \frac{10}{3}t, & 0 \le t \le 1{,}2s \\ 4 + 10.(t - 1{,}2), & 1{,}2 < t \le 2s \end{cases}$$

t (s)	0	1,2	2
U(m/s)	0	4	12



Καλά Αποτελέσματα!
Δήμητρα Μανούκα
Φυσικός